



Quaglino, Marta Beatriz

Pagura, José Alberto

Instituto de Investigaciones Teóricas y Aplicadas de la Escuela de Estadística

CONTROL ESTADÍSTICO DE PROCESOS DE ALTA CALIDAD. PROPUESTAS ALTERNATIVAS.

INTRODUCCIÓN

En los últimos años y probablemente a partir del auge de la industria japonesa en la segunda mitad del siglo pasado, se ha observado en el ámbito de las empresas, tanto de producción como de servicios, un creciente énfasis en la calidad, enmarcada en la puesta en marcha de un proceso de mejora continua. El fundamento de este proceso de mejora continua es la potenciación al máximo de los recursos humanos de la organización, y el uso de un enfoque racional y científico en el análisis de los problemas que permita aprovechar toda la información que se genera en la misma. En este contexto, la utilización de los métodos estadísticos desempeña un papel de gran importancia y, en particular, el Control Estadístico de Procesos constituye una de las herramientas básicas para llevar a la práctica la denominada filosofía de la Calidad Total.

El Control Estadístico de Procesos, que según establecen Prat, Tort-Martorell y Grima Cintas (2000) tiene al menos tres objetivos básicos: el minimizar la producción defectuosa, mantener la mejora continua del proceso y comparar la producción respecto de las especificaciones; se basa en establecer gráficos que funcionan como sistemas de observación permanente de los procesos. Estos gráficos monitorizan una o varias características del producto, proceso o servicio que se consideran relevantes, los cuales deben responder a ciertas consignas pre-establecidas, para aceptar que todo el sistema está bajo control, funcionando como se espera. Si por el contrario, se observa un alejamiento de tales pautas, se debe advertir sobre una posible anomalía, buscando la causa que la produjo a fin de tomar acciones correctivas. Si bien, desde el año 1920 en que Shewhart comenzó a desarrollar estas técnicas, han sido propuestas y utilizadas con éxito una gran variedad de gráficos de control, muchas características de los procesos actuales, como lo es funcionar con un alto estándar de calidad, hace necesaria la búsqueda de nuevas propuestas. En este trabajo se presentan y analizan, una serie de alternativas más potentes que las clásicas, para el control de procesos por atributos cuando la proporción de defectos, en condiciones normales, es muy baja.



GRÁFICOS DE CONTROL POR ATRIBUTOS

En muchos procesos las características de calidad se evalúan mediante mediciones continuas, como dimensiones, resistencias, composición química, etc... No es, sin embargo, infrecuente, la existencia de procesos en los que sobre cada unidad inspeccionada sólo se observa si satisface o no ciertos estándares, quedando finalmente clasificada en "unidad conforme" o "no conforme". Este tipo de situaciones también puede presentarse en áreas no industriales, como en la gestión de un determinado servicio en la que se evalúa en cada intento si éste ha sido realizado correctamente o no.

Tradicionalmente los gráficos utilizados para controlar procesos a través de estas variables de atributo, se establecen sobre **la proporción o el número de unidades defectuosas producidas** y son conocidos con los nombres de "Gráficos p " o " Np ". (Wetherill, G. y Brown, D. (1991), Montgomery, D. (1991), Prat, A. y otros (2001)). Dichos gráficos están basados en la distribución Binomial, y para su utilización deben tomarse muestras de N unidades periódicamente, calculando en cada una de ellas la proporción (\hat{p}) o el total ($N\hat{p}$) de unidades disconformes. Esta medida es la que se grafica en el diagrama verificando si el punto está dentro de los límites de control. Para la proporción \hat{p} , clásicamente se especifican estos límites en los valores: $LS, LI = p_0 \pm 3\sqrt{p_0(1-p_0)/N}$ y en el caso del total de disconformes $N\hat{p}$, se establecen en: $LS, LI = Np_0 \pm 3\sqrt{Np_0(1-p_0)}$. En ambas expresiones p_0 representa la proporción de defectos que produce el proceso cuando se halla en estado de control. En ocasiones se realiza el mismo procedimiento con un tamaño de muestra variable, generando de este modo límites que también varían en cada observación en función del tamaño muestral correspondiente.

Cuando la proporción de defectos bajo control es baja, dado que la distribución Binomial se aproxima a la de Poisson cuando N es grande y el valor del parámetro p es pequeño (usualmente menor que 0.10), suelen ser aplicados en el mismo contexto los "Gráficos c " o " u ", basados en la teoría de dicha distribución y desarrollados, en principio, para el control del número de defectos en una muestra en situaciones en las que cada unidad podría tener más de un defecto.

Para aplicar cualquiera de estos gráficos, debe elegirse un tamaño de muestra adecuado, que depende del valor del parámetro p_0 en estado de control. Las reglas usuales sugieren que esa muestra sea lo suficientemente grande como para tener una alta probabilidad de encontrar al menos una unidad disconforme dentro de ella. Si esto no fuera así, es posible que la presencia de una sola pieza no aceptable entre los ítems inspeccionados causara una señal de salida de control. Otros criterios postulan que el promedio de unidades no conformes esperado en la muestra, Np_0 , debe ser al menos cinco, con el fin de que la aproximación normal en la que se basan las expresiones de los límites de control sea satisfactoria. Otra regla que suele sugerirse es que el límite inferior de control en el gráfico sea positivo.



Estas exigencias, que son muy razonables, pueden traer aparejados inconvenientes importantes en la aplicación de estos gráficos cuando se monitorizan procesos con tasa muy baja de unidades disconformes, porque implicarían considerar tamaños de muestra muy grandes y por ende se tardaría mucho en reaccionar ante una salida de control. En la próxima sección se presentan distintas propuestas que podrían utilizarse con mejores resultados en estas situaciones.

GRÁFICOS DE CONTROL DE ALTA CALIDAD

Una alternativa a las cartas de control sobre la proporción o el total de unidades defectuosas en procesos donde la proporción de unidades disconformes es baja, del orden de "partes por millón" (PPM), fue presentada por Nelson (1994). Su propuesta en lugar de utilizar a la distribución Binomial, presenta gráficos basados sobre la distribución Geométrica.

Nelson propone monitorizar la cantidad de unidades producidas entre dos disconformidades, razonando que en caso que el proceso productivo tenga una velocidad constante, esta medición es equivalente a medir el tiempo entre disconformidades. Esta característica, a la cual Nelson se refiere como "Inter-Event Counts" o dato de conteo entre eventos, corresponde a una variable con distribución Geométrica que puede ser utilizada para definir un procedimiento de control. Otros autores se refieren a esta medición como "Cumulative Count of Conforming" (CCC por Goh (1987)) o como "Run Length" (RL por Bourke (1991)). Un problema que surge al utilizar esta variable es que los gráficos clásicos establecen como zona de aceptación de que el proceso está bajo control, una banda simétrica alrededor del valor medio de la variable a controlar. Sin embargo, como la distribución Geométrica es asimétrica una región de esta índole no sería adecuada por lo cual Nelson sugiere utilizar alguna transformación que "normalice" a la variable aleatoria. Además esto permitiría aplicar los test suplementarios para la detección de causas especiales que se proponen comúnmente en los gráficos de Shewhart para variables normales. La transformación de la variable que propone, utiliza una propiedad que relaciona a las distribuciones Exponencial y Weibull, que expresa que si: $X \sim e(\eta) \Rightarrow Y = X^a \sim W(\lambda, \gamma)$. Es decir, con una operación de potenciación, una variable con distribución Exponencial puede transformarse en una variable con distribución de Weibull. Esta propiedad puede demostrarse sencillamente a partir de las funciones de distribución de ambas variables X e Y , a saber:

$$F_Y(y) = P(Y \leq y) = P(X^a \leq y) = P(X \leq y^{1/a}) = F_X(y^{1/a})$$

Si X sigue una distribución Exponencial su función de distribución se expresa como $F_X(x) = 1 - e^{-\eta x}$ y por lo tanto:

$$F_X(y^{1/a}) = 1 - e^{-\eta y^{1/a}} = 1 - e^{-(\eta^a y)^{1/a}},$$

y esta última expresión corresponde a la función de distribución de una variable Weibull de parámetros $\lambda = \eta^a$ y $\gamma = 1/a$.



Así, el parámetro fundamental para buscar la transformación adecuada es γ , el parámetro de forma de la distribución de Weibull, el que está relacionado con la potencia utilizada en la transformación. Nelson define este valor a partir de la búsqueda de una distribución de Weibull que sea lo más parecida posible a una distribución Normal, especificando el parecido en función de simetría y curtosis. Si $\gamma = 3,6$, la Weibull tiene asimetría cero y curtosis 2,72, por lo que se propone como transformación a la potencia $1/3.6$ del dato de conteo, es decir, siendo X_i el número de artículos entre dos disconformes, debería utilizarse:

$$Y_i = X_i^{1/3.6} = X_i^{0.2777}.$$

Por lo tanto se evidencia, como se comentaba anteriormente, que el autor asimila la variable discreta geométrica a la exponencial.

Una vez encontrada la transformación adecuada a aplicar sobre la variable geométrica, se sugiere utilizar las cartas de control de Shewhart estándar sobre ella. Nelson hace una brevísima referencia a la posibilidad de extender esta idea a la distribución Binomial Negativa, sin considerar el efecto que esto tendría sobre el control del proceso. En su artículo no se hace ninguna mención a la capacidad de los gráficos para detectar salidas de control.

Otro autor que presenta distintos gráficos para datos de conteo en procesos de alta calidad, basándose también en la distribución Geométrica es Quesenberry (1995). Él mismo ya había introducido en 1991 una transformación inversa sobre la estadística binomial que mejoraba sensiblemente su eficacia (medida en términos de la proporción de falsas alarmas), pero sin embargo en su presentación del 95 puntualiza que aún esa transformación requiere tamaños de muestra muy grandes si el valor de p_0 es tan pequeño como 0.01 y en muchos procesos actuales puede esperarse un p_0 sensiblemente menor.

Quesenberry presenta el modelo Geométrico a partir de un procedimiento de muestreo adecuado para procesos de alta calidad: el binomial inverso, introducido por Haldane (1945). El autor realiza una extensa discusión sobre características de la distribución de probabilidad, las relaciones entre sus momentos y cómo se afectan estos últimos frente a disminuciones o aumentos de p . En su trabajo, a diferencia de otros relativos al control de procesos enfatiza que los parámetros en los que se basan los límites de control, generalmente son estimados a partir de datos muestrales (independientes e igualmente distribuidos), y que por lo tanto es muy importante definir estimadores con buenas propiedades, proponiendo utilizar estimadores insesgados y de mínima varianza uniformemente (IMVU) tanto para el parámetro p , como para la función de distribución de la cual depende uno de sus procedimientos.

Las cartas de control que propone Quesenberry, son dos cartas tipo Shewhart, basadas en una muestra de observaciones de una distribución Geométrica, x_1, x_2, \dots, x_n . Una de ellas monitoriza directamente **el número de unidades inspeccionadas hasta encontrar una unidad no conforme** (x_i) y utiliza a la distribución Geométrica exacta para la definición de los límites inferior (LI) y superior (LS) de control. Estos límites son:



$$LI = 1 + \frac{\ln(1 - \alpha_l)}{\ln(1 - p_0)} \quad \text{y} \quad LS = \frac{\ln(\alpha_s)}{\ln(1 - p_0)},$$

donde $\alpha_l + \alpha_s = \alpha$, es la probabilidad de falsa alarma aceptada (probabilidad de decidir que ha ocurrido una salida de control, cuando en realidad el proceso sigue en condiciones normales). Estos valores de α_l y α_s representan respectivamente las probabilidades de dar una señal de falsa alarma por exceder los límites Inferior o Superior, las cuales, aún cuando generalmente se las define iguales, se supone que podrían ser distintas:

$$\alpha_l = P(X < LI / p = p_0) = 1 - (1 - p_0)^{LI-1} \quad \text{y} \quad \alpha_s = P(X > LS / p = p_0) = (1 - p_0)^{LS}$$

La segunda propuesta de Quesenberry, que está basada en la distribución Normal estandarizada, es también una carta de Shewhart para una estadística denominada " Q ", que se define como una transformación inversa de la función acumulada Normal, aplicada sobre la acumulada Geométrica. Es decir, frente a cada dato de conteo: **número de unidades inspeccionadas entre dos disconformidades, incluyendo la última** (x_i), se debería calcular la probabilidad acumulada Geométrica, que viene dada por $u_i = 1 - (1 - p_0)^{x_i}$ y sobre ese valor, se aplicaría la transformación inversa de la acumulada normal. Por tanto Q se expresa como:

$$Q = -\phi^{-1}(u_i) = -\phi^{-1}(1 - (1 - p_0)^{x_i}).$$

Esta transformación, consigue normalizar las observaciones especialmente cuando p_0 es pequeño.

En base a un análisis del efecto que tienen desviaciones en el valor de p sobre los parámetros de la distribución de la estadística Q , infiere que la regla de control clásica de un punto fuera de los límites $(-3, +3)^1$ no será sensible para detectar cambios y por ello presenta diferentes test de rachas, discutidos anteriormente por Nelson (1984). Estos test se suponen más adecuados por los patrones de variabilidad esperados en Q frente a desviaciones del valor de p_0 bajo control. Consisten en pruebas aplicadas a secuencias consecutivas de puntos de distinta longitud y son denominados como test 9 de 9, 3 de 3 y 4 de 5. Por ejemplo, una carta de control con la regla 9 de 9, da una señal de salida de control cuando la estadística Q presenta una secuencia de 9 puntos seguidos positivos (en cuyo caso indica un aumento de p) o una secuencia de 9 puntos seguidos negativos (indicando un decremento en p). Una carta de control basada en el test 3 de 3, observa la presencia de secuencias de tres puntos seguidos por debajo de -1 o por encima de 1 , y según la regla 4 de 5 se da una señal de salida de control si 4 de 5 puntos consecutivos están fuera de los valores -1 y $+1$.

¹ Si la variable monitorizada es normal estandarizada, los límites usuales son ± 3 .



Quesenberry compara seis procedimientos basados en la estadística "normalizada" Q , cuatro de estos son gráficos de Shewhart con límites en $\pm 3\sigma$, uno de ellos es estándar y otros tres utilizan señales adicionales dadas por rachas. Los dos restantes son procedimientos de los denominados "poderados en el tiempo", en los cuales la estadística sobre la que se lleva el control es un promedio ponderado de la observación actual, con observaciones pasadas (utiliza un procedimiento EWMA y un CUSUM). Cada procedimiento de control se aplica en dos situaciones: suponiendo p_0 conocido o estimado a través de información muestral, ya que considera que la situación más realista de aplicación de un procedimiento de control estadístico de procesos, es aquella en que el parámetro p_0 es desconocido.

La sensibilidad de los gráficos para detectar desviaciones de distinta magnitud en la proporción de defectos, ya sea aumentos o disminuciones, se evalúa a través de la probabilidad de dar una señal dentro de las 30 observaciones siguientes a haberse producido la salida de control. Esta probabilidad sólo puede ser calculada en forma exacta en el gráfico de Shewhart estándar, en los casos restantes se estima a través de procedimientos de simulación, para lo cual se utilizan series de datos de distinta longitud simulados a partir de una distribución Geométrica. La longitud de las series es importante cuando se supone p_0 desconocido dado que la calidad de la estimación depende del tamaño de muestra. Se incluyen variantes que van desde 5 hasta 100 observaciones.

En la comparación primero se evalúa el funcionamiento bajo control a través de la frecuencia de falsas alarmas. Los gráficos basados en test de rachas aumentan la proporción de falsas alarmas respecto de los otros procedimientos, especialmente el test 3 de 3, que casi triplica o cuatriplica esta probabilidad, según los casos, respecto del EWMA o CUSUM.

La sensibilidad de los gráficos varía según se enfoque la detección de aumentos o disminuciones en p . En su artículo, Quesenberry recomienda alternativas para cada una de estas situaciones en particular, pero como realiza comparaciones sin haber igualado el comportamiento de los gráficos bajo control, se dificulta la elección. Por ejemplo, para detectar decrecimientos en p el de mayor sensibilidad entre los test de rachas es el 3 de 3, que justamente es el que produce el mayor aumento en la frecuencia de falsas alarmas. Por esta razón, se recomienda una alternativa intermedia, el gráfico de Shewhart que utiliza el test 4 de 5, sin quedar evidenciado que esta sea la mejor opción a igual comportamiento bajo control.

Otra característica que puede señalarse es que cuando se plantean los gráficos de Shewhart con valor de p_0 bajo control desconocido, se utiliza una suma de observaciones geométricas para estimar la función de distribución $(1 - (1 - p_0)^{x_i})$ en la que se basa la estadística Q . Esto hace que se pierda la independencia requerida por el gráfico de Shewhart, particularidad que no es notada por el autor. Además el número de observaciones sobre el que se basa cada estimación es variable y no se especifica hasta qué momento debería seguirse incorporando información. Se hacen algunas recomendaciones para "reinicializar"



el proceso de estimación y comenzar con una muestra de tamaño uno en caso de haberse producido un cambio en el valor de p_0 , pero en todo caso en cada punto que se lleva al gráfico, se estarían empleando estadísticos basados en distintos tamaños de muestra. No está claro de si es esta la razón por la que el autor recomienda una alternativa que consiste en un procedimiento similar al de un gráfico de medias móviles: utilizar sólo las últimas k observaciones para la estimación. Se recomienda un k de 200 o mayor para aumentar la sensibilidad del gráfico y detectar pequeños cambios en p_0 , pero no se comprueba si realmente este aumento de la información muestral mejora la sensibilidad del procedimiento.

Bourke (1991) presenta una variante de gráficos de control sobre **el número de unidades inspeccionadas entre dos disconformidades**, adecuada para datos de atributos y más eficiente que los gráficos sobre p y que los CUSUM sobre variables Poisson. Sus propuestas incluyen primeramente dos gráficos de Shewhart basados en distribuciones exactas que tienen la característica de ser distribuciones asimétricas: una Geométrica (RL_1 chart) y otra Binomial Negativa de parámetro $k = 2$ (RL_2 chart). Ambas consideran como variables a los denominados "run length" (RL), que le dan nombre a las cartas de control, definidos como **el número de unidades conforme entre dos disconformidades**. Se menciona como antecedente del RL_1 , basado en la distribución Geométrica exacta, a una de dos propuestas presentadas por Lucas en una publicación del año 1989. En una breve mención comparativa entre el control basado en RL_1 y RL_2 comenta que, salvo algunos casos de desviaciones importantes de p_0 , el RL_2 es superior en potencia al RL_1 .

Bourke presenta también otras dos alternativas que consideran nuevamente cartas tipo Shewhart, pero sobre variables transformadas para corregir la asimetría y una versión CUSUM sobre RL_1 . La transformación es diferente a las posteriores propuestas de Nelson (1994) y de Quesenberry (1995), y consiste en aplicar sobre los RL, la función de distribución, llevando a las variables en ambos casos, a una distribución Uniforme en el intervalo (0,1). Estos gráficos se presentan como " α chart". Se pone de manifiesto la ventaja de los gráficos basados en transformaciones, dado que por una parte, la apariencia de los mismos es similar a la de los gráficos simétricos usuales y además podrían utilizarse las reglas adicionales basadas en secuencias de puntos, como se discuten en Champ y Woodall (1987), pero éstas no se incorporan a ninguna estrategia de control a fin de comparar su efectividad. El propósito de la consideración de estas señales sería aumentar la sensibilidad del gráfico RL_1 (Geométrico) para detectar pequeñas desviaciones del valor de p_0 bajo control, situación en la que se reconoce su baja potencia.

Tanto para el RL_1 como para el RL_2 se menciona la posibilidad de considerar algún valor inicial distinto de cero para el primer valor del RL, cuando se comienza la inspección en un momento cualquiera de un proceso que ha estado funcionando por algún tiempo. Se asemeja esta propuesta a la realizada por Lucas y Crosier (1982) para inicializar un CUSUM, conocida como FIR (Fast Initial Response), y que fuera presentada por estos autores



para detectar más rápidamente una salida de control, en caso que esta situación se presentara inicialmente al implementar la estrategia. Sin embargo en caso de llevar el control sobre una variable con distribución Geométrica, este hecho no tiene importancia a menos que tal valor inicial supere el límite inferior de control. En este último caso se estaría evitando dar una señal de salida de control frente a la aparición de la primer pieza defectuosa, es decir, ignorando a los efectos de la toma de decisión, el tramo incompleto de observación del primer RL. Si el valor inicial asignado al RL_1 no es superior al límite de control, la probabilidad de dar una señal en el primer punto del gráfico no se vería afectada por la información del tramo no observado, debido a que si un proceso es modelado por la distribución Geométrica es un proceso sin memoria.

Las alternativas de control presentadas por Bourke son comparadas con el p -chart y un CUSUM Poisson², a través del número medio de piezas inspeccionadas hasta detectar la salida de control, medida que denomina *ANI* (Average Number Inspected). La definición de estas medidas es imprescindible cuando se pretende establecer una comparación entre diferentes gráficos de control estadístico de procesos, para evaluar cuál de ellos es más efectivo para detectar las salidas de control. El cálculo del *ANI* para el RL_1 se presenta directamente como el producto del número medio de puntos en el gráfico, por la longitud media de los tramos entre dos disconformidades o valor medio de la variable geométrica cuyo valor da lugar a cada punto representado en el gráfico. Para definir el *ANI* de un RL_2 se utiliza un procedimiento basado en Cadenas de Markov que fuera desarrollado por Brook y Evans (1972), considerando como estados del proceso la longitud del primero de los dos "run length" consecutivos utilizados para el cálculo del RL_2 . Hay que tener en cuenta al respecto que el procedimiento RL_2 propuesto por Bourke, que se basa en la suma de las longitudes de los dos "run length" más recientes, es realmente una variante móvil de un gráfico basado en la Binomial Negativa con $k = 2$, en el sentido de que los valores graficados en dos puntos consecutivos no son independientes al compartir el valor de uno de los dos sumandos que se agregan para obtener el valor a graficar. Esa falta de independencia entre los valores graficados es la que obliga a Bourke a utilizar Cadenas de Markov para estimar los *ANI* del procedimiento.

Hay que resaltar el hecho de que Bourke, al igual que los restantes autores revisados, utilizan para la obtención de cualquier medida de potencia, la hipótesis de que las salidas de control se producen siempre inmediatamente después de haberse llevado un punto al gráfico. Esta hipótesis simplifica la obtención de las expresiones buscadas, pero sin embargo es poco realista y conduce a conclusiones optimistas sobre la potencia de todos los gráficos, especialmente frente a salidas de control importantes.

A partir de extensas comparaciones, en las que incluye la consideración de un valor inicial distinto de cero en las alternativas CUSUM (FIR), Bourke concluye que los procedimien-

² El gráfico CUSUM Poisson fue estudiado por Borrór, Champ y Rigdon (1998)



tos CUSUM sobre RL_1 y Shewhart sobre RL_2 son superiores a las alternativas de los gráficos p y CUSUM Poisson. Todas las comparaciones se basan en esquemas de inspección completa pero abre la posibilidad de utilizarlos en contextos de inspección por muestreo, en cuyo caso debería contabilizar el RL sólo entre las observaciones muestreadas, ignorando las producidas en los períodos no observados. Indica la realización de investigaciones sobre este particular, sin especificar si las muestras se refieren a períodos de tiempo o número de unidades. En cualquier caso podrían quedar RL incompletos.

Romero, R. y Zúñica, L. (1997) a partir de la búsqueda de una alternativa más potente que los gráficos convencionales para plantear una estrategia de control estadístico en un proceso industrial automatizado, en el cual la proporción de defectos bajo control era muy baja, plantearon el uso del control estadístico a partir de una variable Binomial Negativa de parámetro k mayor que dos. Su ponencia, presentada en el XXIII Congreso Nacional de Estadística e Investigación Operativa, en Valencia, mostraba una aplicación real de esta estrategia de control, vislumbrándose la capacidad de la misma en estos contextos. Quagliano (2004) retoma esta propuesta, designándola como "Gráfico *BN*" y analiza con detalle las propiedades estadísticas de la misma a partir de una nueva medida que denomina *EDE* (Esperanza de Defectos en Exceso) y que se adapta especialmente a los procesos en que el gráfico *BN* es más adecuado. Esta medida incorpora la consideración conjunta de aspectos estadísticos y económicos y se evalúa bajo supuestos más razonables que los clásicos en estas situaciones de control. Estos supuestos son especialmente importantes cuando la variable bajo control es el **número de unidades entre disconformidades**. Quagliano también presenta en su trabajo, variantes de la versión estándar del gráfico *BN*, que consiguen mejorar aún más su performance en el control de los procesos.

GRÁFICOS BN Y LOS CLÁSICOS NP, EN PROCESOS DE ALTA CALIDAD

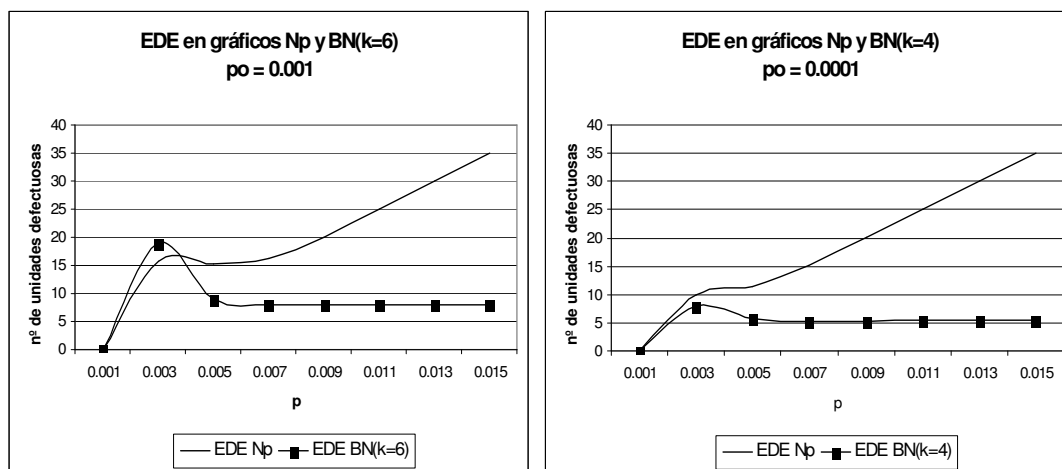
Se presentan algunos resultados comparativos de la potencia de los gráficos *BN* con la de su alternativa estándar, el gráfico *Np*, para el cual también se han realizado los cálculos de *EDE* en función de los nuevos supuestos mencionados, más razonables que los clásicos. Una diferencia fundamental entre estas cartas de control es que en el *Np* el tiempo entre la graficación de puntos consecutivos es constante y en el *BN* es variable, disminuyendo en caso de producirse una salida de control que aumente la proporción de defectos, tanto más, cuanto mayor sea la magnitud de tal salida de control. Esta característica hace suponer que frente a una salida de control el gráfico *BN* podrá detectar el problema con anticipación.

Todos los gráficos propuestos son unilaterales ya que se supone que en un proceso de alta calidad es poco probable que una salida de control consiga una mejora disminuyendo tal probabilidad y por lo tanto sólo se plantea un control para detectar aumentos en el valor de p_0 , que implican valores menores de la variable que se monitoriza, con mayor probabili-

dad. En un gráfico Np o c , sobre variables $B(N, p)$ o $P(\lambda = Np)$ respectivamente, un incremento en p_0 se evidenciaría en un mayor número de defectos observados y por lo tanto la señal se da si la variable total de defectos en la muestra, es mayor que un cierto límite superior.

Para comparar los clásicos gráficos Np , basados en la distribución Binomial, con el gráfico BN , se ha elegido para el Np el menor N posible tal que el promedio esperado de defectos por tramo sea igual a cinco, para aumentar la potencia del mismo para desviaciones importantes en p . Por la característica del tamaño de muestra fijo, aún cuando p aumente, por muy precoz que sea la detección de la salida de control, ésta no podrá hacerse antes de la inspección de N piezas. La figura siguiente muestra unos pocos resultados ilustrativos de la comparación realizada, que además representan la forma típica de las curvas de EDE cuando se la grafica en función del incremento de las salidas de control. Para el análisis de estas curvas debe tenerse en cuenta que los valores más bajos representan a las cartas de control más potentes para detectar los incrementos en la proporción de defectos.

Esperanza de defectos en exceso en Gráficos Np y BN



Como se aprecia, exceptuando el caso de valores muy bajos de la salida de control y procesos con rendimiento bajo control de alrededor de un defecto por mil unidades, donde el gráfico Np es ligeramente superior al BN , el gráfico BN conduce a un número medio de defectos en exceso sensiblemente inferior al gráfico Np . La diferencia es tanto más marcada cuanto menor es el valor de p_0 , o sea cuanto mayor es el rendimiento del proceso bajo control, y cuanto mayor es la magnitud de la salida de control.



CONSIDERACIONES FINALES

Se ha presentado una síntesis de una variedad de propuestas válidas para emplear el Control Estadístico de Procesos en el caso de que estos funcionen con baja tasa de defectos. Los autores de las mismas muestran en todos los casos que ellas son más adecuadas en este contexto que las alternativas clásicas, porque lograrían la detección de las salidas de control más rápidamente. Es decir, su aporte en el mencionado aspecto de mejora continua que se refería como uno de los objetivos básicos de la incorporación de los gráficos de control en un proceso, sería más eficiente.

Estos trabajos ponen de manifiesto la importancia de los nuevos desarrollos metodológicos, para adecuarse a las cambiantes características de los procesos actuales.

Referencias Bibliográficas

- Bourke, Patrick D. (1991) **"Detecting a Shift in Fraction Nonconforming Using Run-Length Control Charts with 100% Inspection"**. *Journal of Quality Technology* 23, pp. 225-238.
- Borror, C., Champ, C. and Rigdon, S. (1998) **"Poisson EWMA Control Charts"**. *Journal of Quality Technology*, 30, 4, pp.352- 361.
- Champ, C. W. y Woodall, W.H. (1987) **"Exact Results for Shewhart Control Chart With Supplementary Runs Rules"**. *Technometrics* 29, pp. 393-399.
- Gluskkovsky, E.A. (1994) **"On-line G Control Chart for Attribute Data"**. *Quality and Reliability Engineering International*, 10, pp. 217 – 227.
- Goh, T.N. (1987) **"A Control Chart for Very High Yield Processes"**. *Quality Assurance*, 13, pp.18- 22.
- Nelson, Lloyd S. (1994) **"A Control Chart for Parts-Per Million Nonconforming Items"**. *Journal of Quality Technology* 26, pp. 239-240.
- Montgomery, Douglas. (1991) **"Control Estadístico de la Calidad"**. Grupo Editorial Iberoamérica. México.
- Prat Bartés, A., Martorell Llabrés, X., Grima Cintas, P. Pozueta Fernández, L. (2000). **"Métodos Estadísticos. Control y Mejora de la Calidad"**. Alfaomega. Edicions UPC. Universitat Politècnica de Catalunya. Barcelona. España.
- Quesenberry, Charles (1991) **"SPC Q Charts for Binomial Parameter p: Short or Long Runs"**. *Journal of Quality Technology* 23, pp.239-246.



Quesenberry, Charles (1995) "**Geometric Q Charts for High Quality Processes**". *Journal of Quality Technology* 27, pp.304-315.

Quaglino, Marta (2004) "**Un gráfico para el control de procesos de alto rendimiento basado en la Binomial Negativa**". Tesis doctoral. Departamento de Estadística e Investigación Operativa. Universidad Politécnica de Valencia. España.

Romero, Rafael, Zúnica Ramajo, Luisa, Guilloto de Barrasa, F. (1997) "**Un nuevo gráfico para el control de unidades defectuosas**". *Actas del XXIII Congreso Nacional de Estadística e Investigación Operativa*. Valencia.

Wetherill G.B. y Brown D.W. (1991) "**Statistical Process Control**". Chapman and Hall. London.

Woodall, William H. (1997) "**Control Charts Based on Attribute Data: Bibliography and Review**". *Journal of Quality Technology* 29, pp.172-183